

שלשות פיתגוראיות אינסופיות עם מינימום ספרות שונות:

קבוצה אינסופית של שלשות פיתגוראיות עם מינימום ספרות שונות : 0,1,2,9

השלשה הראשונה : $P_1 = (a_1, b_1, c_1) = (20, 99, 101)$

השלשה ה n – ית : $P_n = (a_{n-1} * 10, b_{n-1} * 100 + 99, c_{n-1} * 100 - 99)$

השלשות הראשונות:

(20,99,101)

(200,9999,10001)

(2000,999999,1000001)

(20000,99999999,100000001)

:

:

הוכחה:

באינדוקציה על n

ניתן לוודא כי מתקיים עבור $n=1$: $20^2 + 99^2 = 101^2$

נניח נכונות עבור $n-1$

נשאר להוכיח כי P_n אכן שלשה פיתגוראית.

כלומר צריך להוכיח כי $a_n^2 + b_n^2 = c_n^2$

ראשית ניתן לראות כי $b_{n-1} + 2 = c_{n-1}$, ועל פי האינדוקציה מתקיים $a_{n-1}^2 + b_{n-1}^2 = c_{n-1}^2$

על פי ההגדרה $(1) \quad a_n^2 + b_n^2 = (10 * a_{n-1})^2 + (99 + 100 * b_{n-1})^2$

נשאר להראות כי הסכום הנ"ל (1) שווה ל $(c_{n-1} * 100 - 99)^2$, כלומר שווה ל c_n^2

(נשאר זאת לכם לבדיקה)

מ.ש.ל.

כמו כן כדאי לשים לב כי :

- לכל אחד משלשות הסדרה סכום ספרות סופי קבוע : 4
- סכום ספרות רגיל הוא סדרה חשבונית : $A_1=22, A_n=4+18*n$