

מאתרים זיופים: מבוא להסתברות

שכבת גיל

חטיבת ביניים - כיתה ח', ט'
חטיבה עליונה - כיתה י', יא', יב'

תקציר הפעילות

פעילות קצרה זו נועדה להיות פתיחה לשיעור הסתברות. עיקר הפעילות מתבצע כשהמורה מחוץ לכיתה. התלמידים יתחלקו לקבוצות ויכתבו תוצאות של הטלת מטבע הוגנת. עם זאת, אחת הקבוצות "תמציא" את התוצאות. כשהקבוצות מסיימות לכתוב, על המורה לנסות ולהסיק איזו קבוצה זייפה את התוצאות.

משך הפעילות

חצי שיעור

מטרות הפעילות

- להכיר שימושים של הסתברות באיתור זיופים
- לחזק את הצורך בלמידת הסתברות

מושגים מתוכנית הלימודים

הסתברות, מאורע, ניסוי

מיומנויות

הבניית ידע, רישום תצפיות

אופי הלמידה

צוותים, כיתתי

קישורים לסרטונים

- "קסם זיהוי הקלף": <http://bit.ly/2ujFf7T>
- "חוק בנפורד – איך מתמטיקה מסייעת לזהות רמאויות": <http://bit.ly/2HFFK4g> (שימו לב: אורך הסרטון כ-11 דקות, ללא כתוביות בעברית)

הכנות לקראת הפעילות

- יש להביא לכיתה ארבעה דפים לבנים ושלושה מטבעות.
- לדאוג למקורן לצפייה בסרטון במליאה.

מה עושים?

חלקו את הכיתה לארבע קבוצות ותנו לכל קבוצה דף לבן. הסבירו לתלמידים שאתם עומדים לצאת מהכיתה, והם ימלאו את הדף ב-100 תוצאות של הטלת מטבע. בקשו מתלמיד או תלמידה לנהל את הכיתה בהיעדרכם, לבחור קבוצה אחת מבין הארבע על פי ההנחיות שבהמשך, ולקרוא לכם בחזרה לכיתה עם סיום המטלה. כדאי לומר לתלמידים שאתם תוכלו לדעת איזו קבוצה נבחרה רק מתוך עיון בדפים.

- התחלקו לארבע קבוצות על פי הנחיות המורה. על כל קבוצה לקבל מהמורה דף לפעילות.
- המתינו שהמורה יבחר ממלא מקום ויצא מחוץ לכיתה. באחריות ממלא המקום להגריל קבוצה אחת מתוך הארבע. עשו זאת בשקט כדי למנוע מהמורה לנחש איזו קבוצה הוגרלה.
- על כל קבוצה למלא את הדף ב-100 תוצאות של הטלת מטבע באופן הבא:
 - כתבו מ' עבור מספר;
 - כתבו ת' עבור תמונה.

יש לכתוב את התוצאות ברצף, מופרדות בפסיק, כמו בדוגמה הבאה:
ת,ת,מ,ת,מ,מ,ת,מ,מ,מ,ת,מ,מ,ת,ת,מ.

- שלוש קבוצות יעשו את המשימה על ידי הטלת מטבע אמיתית.
- הקבוצה הרביעית, שנבחרה בהגרלה, לא תטיל מטבע אלא תמציא "מהראש" את כל 100 התוצאות.
- לאחר שכל הקבוצות סיימו למלא את הדפים, ממלא המקום יקרא למורה להיכנס בחזרה לכיתה.
- על כל הקבוצות למסור את דף התוצאות של הקבוצה למורה.
- כעת, בקשו מהמורה לגלות – מעיון בדפים בלבד – מי הקבוצה שלא הטילה מטבע, אלא המציאה את כל התוצאות.

עם שובכם קבלו את ארבעת הדפים וסמנו בכל אחד מהם את המקומות שבהם יש שש תוצאות זהות עוקבות (למשל ת,ת,מ,ת,מ,מ,מ,מ,מ,מ,מ,מ,מ,מ,ת,מ,ת,מ,ת,מ). בקבוצה שזייפה נדיר שיהיו שישיות כאלו, בעוד שבשלוש הקבוצות שהטילו מטבע צפויות להיות כמה שישיות כאלו.

ה"טריק" שבו השתמשותם נובע מכך שבסדרה אקראית של תוצאות הטלת מטבע יש הסתברות גבוהה למדי שיופיעו רצפים של 6 או יותר תוצאות זהות. עם זאת, רצפים כאלו נתפסים בעינינו כנדירים ולא סבירים, ולכן תלמיד שממציא תוצאות אמיתיות, כביכול, יימנע בידעין מלכתוב רצפים של שש תוצאות זהות.

האם הניחוש של המורה היה נכון? מהו לדעתכם סוד ה"קסם"?

סוד ה"קסם": קיים פער בין ההסתברות האמיתית להתרחשות דברים ובין האופן שבו אנו תופסים אותה. במילים אחרות, המאורע "המטבע נפל שש פעמים ברצף על הצד עם התמונה" נראה לנו נדיר מאוד, בעוד ההסתברות לקבלתו שווה להסתברות של המאורע "המטבע נפל שש פעמים לסירוגין", כלומר מספר-תמונה-מספר-תמונה-מספר-תמונה. סוד זה עומד בבסיס עקרונות שמאפשרים לבצע "קסמים מתמטיים" ואפילו לאתר עברייני מס. דוגמה לקסם מתמטי המסתמך על עיקרון דומה – "קסם זיהוי הקלף": <http://bit.ly/2ujFf7T>.

עיקרון מתמטי דומה אך שונה

בנתונים מספריים "אמיתיים" (ולא מומצאים או אקראיים) הספרה 1 מופיעה כספרה הראשונה של הנתון בכשליש מהמקרים ולא בתשיעית. עיקרון זה מסייע לאיתור עברייני מס חייפני נתונים. ראו בסרטון: "חוק בנפורד: המתמטיקה נלחמת בפשע": <http://bit.ly/2ZEMSDV> (שימו לב: אורך הסרטון כ-3 דקות, ללא כתוביות בעברית). סרטון רלוונטי נוסף: "חוק בנפורד - איך מתמטיקה מסייעת לזהות רמאויות": <http://bit.ly/2HFFK4g>. (שימו לב: אורך הסרטון כ-11 דקות, ללא כתוביות בעברית).